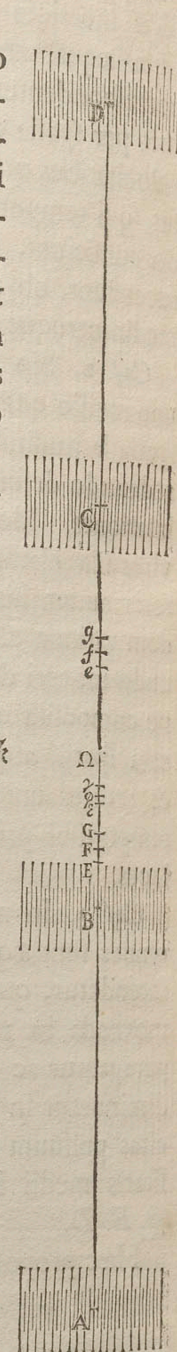
De Motu Corporum

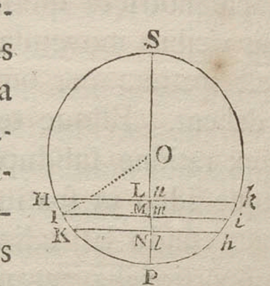
PROPOSITIO XLIX. PROBLEMA XI.

Datis medii denſitate & vi elaſtica, invenire velocitatem pulſuum.



Fingamus medium ab incumbente pondere pro more aëris noſtri comprimi; ſitque A altitudo medii homogenei, cujus pondus adæquet pondus incumbens, & cujus denſitas eadem ſit cum denſitate medii compreſſi, in quo pulſus propagantur. Conſtitui autem intelligatur pendulum, cujus longitudo inter punctum ſuſpenſionis & centrum oſcillationis ſit A: & quo tempore pendulum illud oſcillationem integram ex itu & reditu compoſitam peragit, eodem pulſus eundo conficiet ſpatium circumferentiæ circuli radio A deſcripti æquale.

Nam ſtantibus quæ in propoſitione XLVII. conſtructa ſunt, ſi linea quævis phyſica EF, ſingulis vibrationibus deſcribendo ſpatium PS, urgeatur in extremis itus & reditus cujuſque locis P & S, a vi elaſtica quæ ipſius ponderi æquetur; perageت hæc vibrationes ſingulas quo tempore eadem in cycloide, cujus perimeter tota longitudini PS æqualis eſt, oſcillari poſſet: id adeo quia vires æquales æqualia corpuſcula per æqualia ſpatia ſimul impellent. Quare cum oſcillationum tempora ſint in ſubduplicata ratione longitudinis pendulorum, & longitudo penduli æquetur dimidio arcui cycloidis totius; foret tempus vibrationis unius ad tempus oſcillationis penduli, cujus longitudo eſt A, in ſubduplicata ratione longitudinis $\frac{1}{2}PS$ ſeu PO ad longitudinem A. Sed vis elaſtica, qua lineola phyſica EG, in locis ſuis extremis P, S exiſtens, urgetur, erat (in demonſtratione propoſitionis XLVII.) ad ejus vim totam elaſticam ut $HL - KN$ ad V, hoc eſt (cum punctum K jam



Liber Secundus.

K jam incidat in P) ut HK ad V: & vis illa tota, hoc eſt pondus incumbens, quo lineola EG comprimitur, eſt ad pondus lineolæ ut ponderis incumbentis altitudo A ad lineolæ longitudinem EG; ideoque ex æquo, vis qua lineola EG in locis ſuis P & S urgetur, eſt ad lineolæ illius pondus ut $HK \times A$ ad $V \times EG$, ſive ut $PO \times A$ ad VV, nam HK erat ad EG ut PO ad V. Quare cum tempora, quibus æqualia corpora per æqualia ſpatia impelluntur, ſint reciproce in ſubduplicata ratione virium, erit tempus vibrationis unius, urgente vi illa elaſtica, ad tempus vibrationis, urgente vi ponderis, in ſubduplicata ratione VV ac $PO \times A$, atque ideo ad tempus oſcillationis penduli cujus longitudo eſt A in ſubduplicata ratione VV ad $PO \times A$, & ſubduplicata ratione PO ad A conjunctim; id eſt, in ratione integra V ad A. Sed tempore vibrationis unius ex itu & reditu compoſitæ, pulſus progrediendo conficit latitudinem ſuam BC. Ergo tempus, quo pulſus percurrit ſpatium BC, eſt ad tempus oſcillationis unius ex itu & reditu compoſitæ, ut V ad A, id eſt, ut BC ad circumferentiam circuli cujus radius eſt A. Tempus autem, quo pulſus percurret ſpatium BC, eſt ad tempus quo percurret longitudinem huic circumferentiæ æqualem, in eadem ratione; ideoque tempore talis oſcillationis pulſus percurret longitudinem huic circumferentiæ æqualem. *Q. E. D.*

Corol. 1. Velocitas pulſuum ea eſt, quam acquirunt gravia æqualiter accelerato motu cadendo, & caſu ſuo deſcribendo dimidium altitudinis A. Nam tempore caſus hujus, cum velocitate cadendo acquiſita, pulſus percurret ſpatium quod erit æquale toti altitudini A; ideoque tempore oſcillationis unius ex itu & reditu compoſitæ percurret ſpatium æquale circumferentiæ circuli radio A deſcripti: eſt enim tempus caſus ad tempus oſcillationis ut radius circuli ad ejuſdem circumferentiam.

Corol. 2. Unde cum altitudo illa A ſit ut fluidi vis elaſtica directe & denſitas ejuſdem inverſe; velocitas pulſuum erit in ratione compoſita ex ſubduplicata ratione denſitatis inverſe & ſubduplicata ratione vis elaſticæ directe.